

## Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2013/2014

### 10. évfolyam

1. Határozza meg azokat az  $(x; y)$  számjegypárokat, amelyekre a tízes számrendszerben felírt,  $\overline{52x2y}$  alakú ötjegyű számok oszthatók 36-tal!
2. Le lehet-e ültetni három házaspárt egy hatszögletű asztal mellé úgy, hogy házastársak sem egymás mellett, sem egymással szemben nem ülnek? (Az asztal szabályos hatszög alakú, és egy személy egy oldala mellett ül.)
3. Tekintsünk egy olyan trapézt, amelynek van olyan oldala, amelyen levő két szöge nem egyenlő, és kisebbek, mint  $90^\circ$ . Mutassuk meg, hogy a trapéz párhuzamos oldalai összegének és különbségének aránya megegyezik az átlók négyzete különbségének és a szárak négyzete különbségének az arányával!
4. Az  $A$  középpontú kör és annak  $B$  kerületi pontja adott (rögzített). A  $C$  pont végigfut a kör kerületén (a kerület bármely pontja lehet). Mi az  $ABC$  háromszögek súlypontjainak halmaza? (Az  $ABC$  háromszög elfajuló is lehet.)
5. Igazolja, hogy  $\sqrt[n]{n!} \geq \sqrt{n}$  ( $n \in \mathbb{N}^+$ )!